

BÖLÜM 5

5. SAYI SİSTEMLERİNE GİRİŞ

Herhangi bir çokluğu ifade etmek için sayı sistemleri kullanılır. Günlük hayatı kullandığımız sayı sistemi ile bilgisayarlarda kullanılan sayı sistemleri farklıdır. Farklı tabanlı sayı sistemlerinde kullanılan simbol sayısı sayı sisteminin ismi olarak verilir. Buna göre iki farklı simbol kullanan sayı sisteme ikili sayı sistemi, on farklı simbol kullanan sayı sisteme on tabanına göre sayı sistemi, on altı farklı simbol kullanan sayı sisteme ise on altılı sayı sistemi adı verilir.

Taban; D sayısı, n ondalık noktanın solundaki hane sayısı, m ondalık noktanın sağındaki hane sayısı olmak üzere D tabanına göre verilen bir sayı onluk sisteme;

$$a_n \times D^{n-1} + a_{n-1} \times D^{n-2} \dots + a_1 \times D^0 + a_{-1} \times D^{-1} + a_{-2} \times D^{-2} \dots + a_{-m} \times D^{-m}$$

bağıntısı ile çevrilebilir. Burada a_i , verilen sayının $k.$ hanesine rastlayan büyülüktür. Onluk sayı sisteminde verilen bir sayı D tabanlı sayı sisteme, tamsayı ve ondalık kısımları ayrı ayrı olmak üzere iki farklı işlem sonucu çevrim sağlanır.

Günümüzde bilgisayarlar iki tabanına göre sayı sistemi ilkelerine dayanarak çalışmaktadır. Bunun nedeni, bilgisayarların sahip olduğu elektronik devre elemanlarının gerek veriler gerekse program komutlarının kodlanmasıının ikili sistemde çok kolay olmasıdır. Bu durum basit olarak şu şekilde açıklanabilir. Elektronik devrede anahtar kapalı iken akım geçer ve bu durum (1) olarak kodlanabilir. Anahtar açık iken akım geçmez. Bu da (0) durumuna karşılık gelir. Dolayısıyla veriler ikili sayı sisteminde kodlanmış olur.

Sayı sistemleri şu şekilde sınıflandırılabilir.

- İkili sayı sistemi
- Sekizli sayı sistemi
- Onaltılı sayı sistemi
- Onlu sayı sistemi

*Binary
Octal
hexadecimal
Decimal*

*floatng
ondalılık decimal
tamsayı integer*

5.1- İKİLİ SAYI SİSTEMİ

Binary n.

İkili sayı sisteminde sayıları temsil etmek için 0 ve 1 sembollerı kullanılır. Daha önce belirtildiği gibi bu semboller bilgisayarlarla bit olarak adlandırılan bilgi kayıt alanlarına karşılık gelir. Basamak değerlerinin hesabında taban sayısı 2 olarak kullanılır.

Genel dönüşüm bağıntısına göre ikili sistemdeki sembollerin onlu sistemdeki karşılığı bulunabilir. Tamsayı kısmı için şu şekilde işlem yapılabilir.

$$(101100101)_2 = 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ = 256 + 0 + 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 357$$

$$(101100101)_2 = (357)_{10}$$

Ondalık kısmı için ise;

$$(0.1101)_2 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} \\ = 0 + 0.5 + 0.25 + 0 + 0.0625 = 0.8125$$

$$(0.1101)_2 = (0.8125)_{10}$$

Onlu sayı sisteminde verilen sayıların ikili sayı sistemindeki karşılıkları ise şu şekilde bulunur.

$$(37)_{10} = (?)_2$$

$$\begin{array}{ll} 37/2=18.5 & 2 \times (18.5-18)=1 \\ 18/2=9 & 2 \times (9.0-9)=0 \\ 9/2=4.5 & 2 \times (4.5-4)=1 \\ 4/2=2 & 2 \times (2.0-2)=0 \\ 2/2=1 & 2 \times (1.0-1)=0 \\ 1/2=0.5 & 2 \times (0.5-0)=1 \end{array}$$

$$(37)_{10} = (100101)_2 \text{ olur.}$$

Sayıının kesirli kısımları ise şu şekilde hesaplanır.

Tamsay

*ise
az çok don
turkar)*

*Ondalıksayı
ise şunları
azalt*

$$(0.95)_{10} = (?)_2$$

$$\begin{array}{r} 0,8125 \times 2 \\ 0,1625 \times 2 \\ 0,125 \times 2 \\ 0,50 \times 2 \\ \hline (0,8125)_{10} = (0,1101)_2 \end{array}$$

0.95x2=1.90	1
0.90x2=1.80	1
0.80x2=1.60	1
0.60x2=1.20	1
0.20x2=0.40	0
0.40x2=0.80	0
0.80x2=1.60	1

$$(0.95)_{10} = (0.1111001)_2 \text{ olur.}$$

5.2- SEKİZLİ SAYI SİSTEMİ

Octal n.

İkili sistemde sayıların ifade edilmesinde oldukça fazla sayıda basamak elde edilmektedir. Bu basamak sayılarını azaltmak için sekizli ve onaltılı sayı sistemleri geliştirilmiştir. Sekizli sayı sisteminde, sayıların ifade etmek için 0,1,2,3,4,5,6,7 semboller kullanılır. Bu sayı sisteminin diğer sayı sistemlerine dönüşüm için kullanılan taban değeri 8'dir.

Genel dönüşüm bağıntısına göre sekizli sayı sistemindeki sembollerin onlu sistemdeki karşılıkları bulunabilir. Tamsayı kısım için şu şekilde işlem yapılır.

$$\begin{aligned} (1345)_8 &= 1 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 5 \times 8^0 \\ &= 512 + 192 + 32 + 5 \end{aligned}$$

$$(1345)_8 = (741)_{10}$$

Ondalık kısım için şu şekilde işlem yapılır.

$$\begin{aligned} (0.541)_8 &= 0 \times 8^0 + 5 \times 8^{-1} + 4 \times 8^{-2} + 1 \times 8^{-3} \\ &= 0 + 0.625 + 0.0625 + 0.00195 \end{aligned}$$

$$(0.541)_8 = (0.68945)_{10}$$

$$\begin{array}{r} (29,76) \\ \hline 29 \quad | \quad 2 \\ 28 \quad | \quad 14 \quad | \quad 2 \\ \hline 1 \quad 14 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad 6 \quad | \quad 3 \quad | \quad 2 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 2 \quad | \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad , \quad 2 \end{array}$$

$$1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

Onlu sayı sisteminde verilen sayıların sekizli sayı sistemindeki karşılıkları ise şu şekilde bulunur.

$$(87)_{10} = (?)_8$$

87/8 = 10.875	8x(10.875-10) = 7
10/8 = 1.25	8x(1.25-1) = 2
1/8 = 0.125	8x(0.125-0) = 1
0/8 = 0	

$$(87)_{10} = (127)_8 \text{ olur.}$$

Ondalık kısmı için ise şu şekilde işlem yapılır.

$$(0.426)_{10} = (?)_8$$

0.426x8=3.408	3
0.408x8=3.264	3
0.264x8=2.112	2
0.112x8=0.896	0
0.896x8=7.168	7

$$(0.426)_{10} = (0.33207..)_8$$

5.3- ONALTILI SAYI SİSTEMİ

Hexadecimal 2.

Onaltılı sayı sisteminde sayıları temsil edebilmek için 16 farklı sembol kullanılır. Rakamlar yeterli olmadığı için alfabetin ilk altı harfi de bu amaç için kullanılmaktadır. Buna göre 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F sembollerini kullanılmaktadır. Bu sayı sisteminde taban değeri 16 'dır.

Genel dönüşüm bağıntısı yardımıyla onaltılı sistemdeki sembollerin onlu sistemdeki karşılıkları bulunabilir. Sayının tam sayı kısmı için aşağıdaki şekilde işlem yapılır.

$$(7AF4)_{16} = 7 \times 16^3 + 10 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 4 \times 16^0$$

$$= 28672 + 2560 + 240 + 4$$

$$(7AF4)_{16} = (31476)_{10}$$

Ondalık kısmı için şu şekilde işlem yapılır.

$$(0.4C5B)_{16} = 0 \times 16^0 + 4 \times 16^{-1} + 12 \times 16^{-2} + 5 \times 16^{-3} + 11 \times 16^{-4}$$

$$= 0 + 0.25 + 0.046875 + 0.00122 + 0.000168$$

$$(0.4C5B)_{16} = (0.298263)_{10}$$

Onlu sayı sisteminde verilen sayıların, onaltılı sisteme karşıkları ise şu şekilde bulunur.

$$(856)_{10} = (?)_{16}$$

856/16 = 53.5	16 × (53.5 - 53) = 8
53/16 = 3.3125	16 × (3.3125 - 3) = 5
3/16 = 0.1875	16 × (0.1875 - 0) = 3
0/16 = 0	

$$(856)_{10} = (358)_{16}$$

Ondalık kısmı için şu şekilde işlem yapılır.

$$(0.602)_{10} = (?)_{16}$$

0.602 × 16 = 9.632	9
0.632 × 16 = 10.112	A
0.112 × 16 = 1.792	1
0.792 × 16 = 12.672	C
0.672 × 16 = 10.752	A

$$(0.602)_{10} = (9A1CA...)_{16}$$

5.4- ONLU SAYI SİSTEMİ

Decimal n.

Günlük hayatda kullandığımız sayı sistemidir. Bu sayı sisteminde sayıları ifade edebilmek için 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 olmak üzere on farklı sembol kullanılır. Bu sisteme sembole sayı adı verilir. Bölme ve çarpma, toplama ve çıkarma

X3n $8 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 13 \cdot 10^1 + 11 \cdot 10^0 =$
 $8 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^2 + 12 \cdot 10^1$

işlemlerinde on sayısının katları ile işlem yapıldığından pratik olması yönüyle günlük hayatımızda kullandığımız sayı sistemidir.

Onlu sayı sisteminde bir sayı genel dönüşüm bağıntısına göre aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$(857.69)_{10} = 8 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 9 \times 10^{-2}$$

$$(857.69)_{10} = 800 + 50 + 7 + 0.60 + 0.09$$

olur.